

Pemodelan Ekonofisika dari 'Financial Bubbles'

Bram Yohanes Setiadi^{1, a)}

¹*Program Studi Fisika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Bandung
Jalan Ganेशha 10 Bandung 40132, Jawa Barat, Indonesia*

bramyohanes@students.itb.ac.id

Abstrak. Sebuah fenomena ekonomi yang disebut *financial bubble* merupakan sebuah siklus ekonomi yang biasanya muncul setelah terjadinya krisis keuangan. *Financial bubble* yang terjadi sebagai respon sebuah krisis dapat terjadi sebagai fluktuasi harga pasar maupun harga aset (saham/komoditas tertentu). Paper ini dibuat dalam rangka memberikan pemodelan matematis dari *financial bubble* melalui sudut pandang ekonofisika, setelah pada umumnya ekonom menganalisa terjadinya *bubble* sebagai respon dari *time delay*. Lebih lanjut, paper ini akan menunjukkan perbedaan pendeteksian terjadinya *financial bubble* dalam pendekatan individu serta kowanan (komunitas). Hasil pendeteksian dan pendefinisian dari *financial bubble* menggunakan pendekatan yang baru ini diharapkan mampu memberi dampak pada bidang ekonomi, khususnya perdagangan serta keuangan. Dalam kesimpulannya, pemodelan ini memberikan suatu sudut pandang dan pendekatan yang unik dalam pengembangan *financial bubble*.

PENGANTAR

Financial bubble merupakan sebuah siklus ekonomi yang ditandai dengan jumlah ekspansi yang singkat dan kemudian diikuti segera dengan kontraksi; atau dalam artian lain dijelaskan sebagai kenaikan harga saham (aset) yang pada umumnya terjadi pada sektor tertentu, diikuti dengan penurunan harga secara drastis akibat transaksi penjualan saham dalam skala besar sebagai respon atas kenaikan harga tersebut (pada umumnya).

Fenomena *financial bubble* sendiri telah menjadi perdebatan dalam bidang ekonomi selama berabad-abad. Beberapa pertanyaan penting yang kerap dilontarkan antara lain, apa sebenarnya *bubble* itu? Bagaimana kita dapat mengidentifikasi *bubble* tersebut? Apa akar penyebab munculnya *bubble* dan apa yang memicu *gelembung* tersebut sehingga dapat 'meledak'? Sejauh ini, pemodelan yang berbeda dari bidang matematika dan ekonomi mempelajari isu-isu yang berbeda pula dari fenomena *bubble*. Namun dalam pengamatan yang telah dilakukan, tidak ada model yang konsisten untuk dapat membahas semua permasalahan secara komprehensif sekaligus. Selain itu, kompleksitas di dalam dunia keuangan dan pasar yang diakibatkan oleh interaksi sosial dan unsur-unsur tingkah laku (*behaviourial*) menjadikan *bubble* semakin susah untuk diamati dan diidentifikasi.

Paper ini mencoba menawarkan suatu konsep pengembangan model yang baru dari *financial bubble*. Adapun pemodelan yang akan digunakan dalam paper ini menggunakan pendekatan terhadap fenomena dinamika partikel dalam fisika. Transkripsi dari ide dan pemahaman ini ke dalam dinamika aset keuangan tanpa bergantung kepada stokastik dan teori Martingale^[1]. Karenanya, pemfokusan dari materi ini akan diberikan pada definisi dari *bubble*, deteksi, serta dinamika tanpa menggunakan teori stokastik. Diperoleh pula bahwa pemodelan ini mudah terlacak serta pada waktu yang sama dapat memberikan suatu bukti nilai. Adapun proses pemodelan dan pembuktiannya dikerjakan dengan beberapa tahapan kerja; yang pertama, memberikan demonstrasi terhadap perilaku penjual yang mampu mengidentifikasi *bubble* terhadap *time delay*; kedua, dengan mempelajari sifat-sifat pendeteksian *bubble* dengan rinci. Pada tahap ini diperoleh bahwa pemodelan dari perilaku kowanan dan dampak pemberitaan (*news*) merupakan dasar utama dari pemodelan *financial bubble*; serta yang ketiga, dilakukan analisa hubungan harga suatu aset terhadap *financial bubble*. Melalui langkah-langkah serta analisa yang telah dilakukan ini terdapat beberapa rekomendasi kebijakan peraturan yang dapat diterapkan dalam dunia keuangan (*financial market*).

ULASAN LITERATUR

Berdasarkan data yang diperoleh dan telah dipelajari, maka tidak diragukan lagi bahwa perilaku kowanan berubah menjadi suatu hal penting yang perlu diperhatikan dalam setiap terjadinya *financial bubble*. Secara umum, terdapat beberapa tipe perilaku kowanan yang dapat dikarakteristikan terhadap tiga hal, yakni

ketidaktepatan informasi, kebimbangan dalam sistem terhadap suatu ekspektasi (harapan), dan pergeseran peraturan dalam penyelamatan *incentives*.

Kebutuhan untuk memperoleh pemodelan yang lebih baik dalam ranah ini ialah dengan menggunakan analisa laju biaya sosial (*social cost*) dalam sebuah ledakan *bubble*. Memang dalam kenyataannya *bubble* memperburuk volatilitas, mengguncang pasar, serta meningkatkan kerapuhan pada sistem keuangan secara keseluruhan.

Secara khusus, pemodelan baru ini akan mengembangkan suatu hubungan yang unik antara berbagai tipe perilaku kawanan terhadap pemodelan *financial bubble* secara umum. Pemodelan matematis berdasarkan sifat partikel dalam fisika dilakukan untuk menganalisa dinamika keuangan yang kompleks. Dari model ini pun diperoleh hubungan yang jelas antara perilaku partikel dengan dinamika keuangan. Dinamika dari kedua sistem ini sama-sama didasarkan pada interaksi dari elemen tunggal dimana *outcome* mengarah pada hasil kolektif. Sebagai ilustrasi penjelas, kita dapat lihat dalam keseharian bahwa padatannya lalu-lintas yang tak jarang berujung pada kemacetan dapat disebabkan oleh karena interaksi yang tidak terkoordinasi dengan baik dari seorang pengendara – dan tidak selalu disebabkan oleh sebuah kecelakaan lalu lintas. Menariknya ini mirip dengan akar penyebab dari perilaku kawanan pada pasar. Akibatnya, suatu *financial bubble* – baik kenaikan maupun penurunan, dapat disebabkan oleh perilaku transaksi dari individu, terutama jika individu tersebut membangun sebuah kawanan/kolektivitas. Dengan demikian, kemunculan *bubble* dapat terjadi tanpa mengubah nilai fundamental. Kenaikan atau penurunan harga dari aset ini akan menarik perhatian para agen yang kemudian juga membentuk sebuah kawanan. Maka segera setelah itu, akan terjadi *bubble* atau *crash*. Sayangnya, perilaku kolektif ini menyebabkan volatilitas yang lebih besar dan resiko yang lebih tinggi.

Oleh karena itu, terdapat dua buah tujuan utama dari pemodelan yang dibuat yakni (1) membangun sebuah sistem model yang koheren, dan; (2) menemukan implikasi baru dari sistem keuangan yang empiris di masa depan.

Di samping pemodelan yang akan dikemukakan melalui paper ini, terdapat pula banyak deskripsi serta pemodelan yang telah dibuat lebih seputar *bubble*. Salah satu pemodelan yang ada, yakni milik Galbraith yang mengidentifikasi *accelerating bubble* sebagai sebuah pattern yang mendahului *crash*. Masih dengan tema yang sama terdapat pula penjelasan dari Kindleberger dan Fransman. Meskipun kedua paper ini menawarkan suatu pandangan yang menarik, akan tetapi keduanya memiliki batasan. Kedua paper ini tidak cukup mampu menjelaskan penyebab dan pemicu dari timbulnya *bubble* serta *crash*. Salah satu alasan pembatasan dilakukan ialah karena kelemahan metodologis dari pemodelan ekonomi. Pemodelan ekonomi pada umumnya memanfaatkan metodologi individualitas dan kesetimbangan (*equilibrium*). Adapun kedua elemen ini memiliki kelemahan yang serius dalam studi dinamika kompleks dan interaksi sosial, sedangkan pemodelan yang akan kita buat saat ini mampu menyediakan perspektif baru yang mampu menelaah dinamika kompleks dan interaksi sosial tersebut.

PEMODELAN EKONOFISIKA

Dinamika harga dari aset finansial dilambangkan dinotasikan dengan $p_i(f, t)$. Penotasian ini digunakan untuk menggambarkan fungsi dari aset i yang bergantung terhadap dua variabel lain; yakni vektor harga dasar (*fundamental*) f dan waktu t . *Benefit-loss-rate* (BLR) dari setiap aset i didefinisikan sebagai $v_i = \partial p_i(f, t) / \partial t$. BLR sendiri dapat diinterpretasikan sebagai perubahan harga atau kelajuan dari aset i . Percepatan dari perubahan harga, atau rerata dari perubahan nilai BLR dinyatakan sebagai turunan kedua yakni $a_i = \partial^2 p_i(f, t) / \partial t^2$. Terdapat beberapa cara untuk mendefinisikan *bubble* atau perilaku kawanan. Dan telah jelas bahwa *financial bubble* berhubungan erat terhadap nilai BLR yang tinggi v_i , dan perubahan rerata BLR yang tinggi, a_i . Oleh karena itu dalam paper ini didefinisikan nilai *benefit-loss-field* (BLF) yang spesifik

$$u_i^k(p_i(f, t), t) \quad (1)$$

dengan k menggambarkan nilai ekspektasi dari agen atau tingkat reputasi (*reputation level*). Diasumsikan $k^H > k^L$ dengan H melambangkan kondisi high dan L melambangkan kondisi low dari tingkat reputasi. Sebelum melangkah lebih jauh akan didefinisikan terlebih dahulu variabel yang digunakan dalam analisa ekonofisika ini.

Definisi 1. Volume perdagangan (*flow*) dari aset i didefinisikan sebagai jumlah permintaan jual dan beli (jumlah transaksi) dikalikan dengan harga jual dan harga beli dalam satu hari. Volume perdagangan didefinisikan sebagai fungsi $q(p(f, t), t)$.

Definisi 2. Densitas perdagangan dari aset i terdefinisi sebagai jumlah angka perdagangan dalam suatu rentang harga $p_a < p_i < p_b$. Perlambangan dari densitas adalah $\rho(p, (f, t), t)$.

Definisi 3. Terdapat hubungan antara volume perdagangan, densitas perdagangan, dan *benefit-loss-field* yang dinyatakan dengan

$$q(p, t) = \rho(p, t) * u(p, t) \quad (2)$$

Persamaan terakhir ini merupakan hukum dasar dalam fisika terapan dan dalam pemodelan ekonofisika dari aset finansial yang akan digunakan.

Penurunan Model Persamaan

Pada bagian ini akan digunakan dua variabel dasar yakni $\rho(p, t)$ yang merupakan fungsi yang dapat terukur dalam realita; dan $u(p, t)$ menggambarkan BLF, tak dapat terobservasi. Seperti yang telah didefinisikan di atas, setiap pergerakan dari harga aset memenuhi persamaan differensial orde pertama, yakni

$$\frac{dp}{dt} = u(p, t) \text{ dengan } p(0) = p_0 \quad (3)$$

Penyelesaian dari persamaan di atas akan menentukan harga aset yang menentukan ketersediaan agen dalam melakukan transaksi jual ataupun beli pada beberapa selang waktu pada pasar saham yang seragam. Namun menemukan fungsi $u(p, t)$ bukan hal yang mudah dalam kenyataannya. Maka dari itu dilakukan pendekatan berbeda. Dimisalkan jumlah keseluruhan transaksi yang dilakukan sama dengan N . Maka kita akan dapat mendefinisikan N sebagai hasil pengintegralan densitas perdagangan dalam rentang harga yang diberikan $p_a = a$ dan $p_b = b$, sebagai

$$N \int_a^b \rho(p, t) dp \quad (4)$$

Secara umum, jumlah perdagangan akan berubah terus seiring waktu. Nilai N tersebut akan meningkat dengan adanya aliran masuk dari agen pembeli pada batas bawah $q(p_a, t)$ dan akan menurun dengan adanya aliran keluar dari penjual pada batas atas harga $q(p_b, t)$. Dengan ini maka akan dapat diperoleh

$$\frac{dN}{dt} = q(p_a, t) - q(p_b, t) \quad (5)$$

Dengan mengombinasikan persamaan (4) dan (5) di atas akan diperoleh persamaan

$$\frac{d}{dt} \int_a^b \rho(p, t) dp = q(p_a, t) - q(p_b, t) \quad (6)$$

Jika dalam persamaan di atas integral terjadi pada selang interval yang kecil dari $p=a$ hingga $p=a+\Delta a$, maka persamaan (6) di atas akan mengalami perubahan menjadi

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_a^{a+\Delta a} \rho(p, t) dp = q(a, t) - q(a + \Delta a, t) \quad (7)$$

Setelah diperoleh, maka kita bagi dengan $-\Delta a$ dan ambil batas limit $\Delta a \rightarrow 0$, sehingga:

$$\lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{-\Delta a} \int_a^{a+\Delta a} \rho(p, t) dp = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{q(a, t) - q(a + \Delta a, t)}{-\Delta a} \quad (8)$$

Didefinisikan fungsi baru $N(\bar{p}, t)$, sebagai jumlah perdagangan di antara suatu harga p_0 dan \bar{p} , akan diperoleh

$$N(\bar{p}, t) = \int_{p_0}^{\bar{p}} \rho(p, t) dp \quad (9)$$

sehingga nilai perdagangan rata-rata dalam suatu rentang harga yang terdefiniskan $(a, a + \Delta a)$ dinyatakan sebagai

$$-\frac{1}{\Delta a} \int_a^{a+\Delta a} \rho(p, t) dp = \frac{N(a + \Delta a, t) - N(a, t)}{-\Delta a} \quad (10)$$

Pada nilai limit $\Delta a \rightarrow 0$, sisi kanan dari persamaan di atas akan menjadi $\partial N(a, t)/\partial a$, sehingga persamaan di atas dapat dituliskan kembali menjadi

$$\rho(a, t) = \frac{\partial N(a, t)}{\partial a} \quad (11)$$

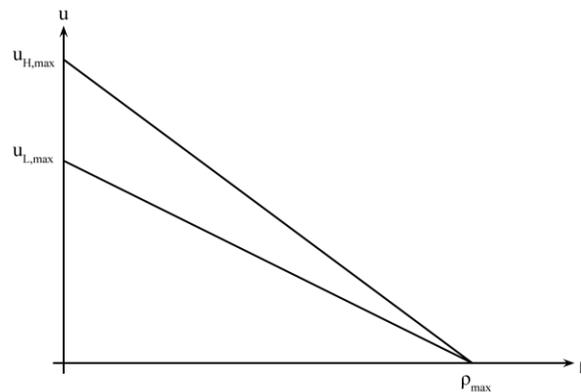
Sisi kiri dari persamaan (8) saat ini sama dengan $-(\partial/\partial t)(\rho(a, t))$. Persamaan ini berlaku untuk setiap nilai a . Maka dari itu, akan lebih tepat untuk menggantikan a dengan p , yang akhirnya akan didapatkan

$$\frac{\partial \rho(p, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial p} [q(p, t)] = 0 \quad (12)$$

yang juga merupakan persamaan gelombang dalam bentuk persamaan diferensial parsial. Persamaan ini juga dapat ditulis ulang dengan bantuan dari persamaan (2), dimana q didefinisikan sebagai $q = \rho * u$. Dari persamaan ini dapat disimak bahwa volume perdagangan adalah fungsi dari densitas, $q(\rho)$, dan kemudian akan diperoleh persamaan diferensial parsial dalam bentuk

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{dq}{d\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} = 0 \quad (13)$$

Menyelesaikan persamaan diferensial parsial ini memiliki beberapa asumsi yang lebih jauh. Dimisalkan BLF terdefiniskan sebagai fungsi dari densitas $u = u(\rho)$. Lebih lanjut, fungsi ini memiliki beberapa karakteristik berikut ini: (1) $u^j(0) = u_{k_{max}}^j$, dimana $u_{H_{max}}^j > u_{L_{max}}^j$. (2) Nilai BLF dan keuntungannya adalah nol pada pasar kompetitif sempurna menurut standar ekonomi; $u^j(\rho_{max}) = 0$. Karenanya, agen merupakan penentu harga dalam pasar. (3) Berdasarkan logika, nilai fungsi $u(\rho)$ akan menurun dalam ρ . Dengan kata lain, turunan pertama dari u terhadap ρ akan bernilai negatif: $\frac{du}{d\rho} = u'(\rho) \leq 0$.



Gambar 1. Ilustrasi karakteristik dari respon BLF terhadap densitas perdagangan. Ketika densitas perdagangan rendah, BLF akan berada dalam posisi maksimal. Hal ini mengasumsikan jika rendahnya permintaan akan mengubah harga rentang pasar secara signifikan.

Solusi

Solusi dari persamaan diferensial parsial nonlinear (13) menentukan densitas perdagangan serta harga pada masa mendatang. Oleh karena itu *initial value problem* dapat diselesaikan dengan

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{dq}{d\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} = 0, \quad s.t. \quad \rho(p, t) = 0 \quad (14)$$

Permasalahan ini membutuhkan aproksimasi linear. Dengan mengasumsikan densitasnya seragam maka akan dapat dilakukan pendekatan dengan

$$\rho(p, t) = \rho_0 + \epsilon \rho_1(p, t) \quad (15)$$

dimana $|\epsilon \rho_1| \ll \rho_0$, dan $\epsilon \rho_1(p, t)$ disebut 'kebingungan' densitas perdagangan. Untuk $p = 0$ akan didapatkan

$$\rho(0, t) = \rho_0 + \epsilon f(0) \quad (16)$$

dengan $f(0) = \rho_1(0, t)$. Penurunan persamaan (14) terhadap t akan menghasilkan

$$\epsilon \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{dq}{d\rho} * \epsilon \frac{\partial \rho_1}{\partial p} = 0 \quad (17)$$

Pendekatan dengan menggunakan deret Taylor dari bentuk kedua ialah

$$\frac{dq}{d\rho} [\rho_0 + \epsilon \rho_1(p, t)] \cong \frac{dq(\rho_0)}{d\rho} + \epsilon \rho_1 \frac{d^2 q(\rho_0)}{d\rho^2} + |O|^2 \quad (18)$$

dengan $\frac{dq}{d\rho} = c$. Sekarang persamaan differensial parsial yang diperoleh harus ditransformasikan ke dalam sebuah persamaan differensial parsial yang linear dan homogen dalam bentuk

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + c * \frac{\partial \rho}{\partial p} = 0 \quad (19)$$

Penyelesaian persamaan differensial parsial dengan menggunakan transformasi variabel dapat dilakukan. Dalam kasus ini digunakan $p' := p - ct$ dan $t' := t$, dan menuliskannya kembali ke dalam bentuk yang diinginkan seperti persamaan di atas.

$$\frac{\partial}{\partial p} = \frac{\partial p'}{\partial p} * \frac{\partial}{\partial p'} + \frac{\partial t'}{\partial p} * \frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial p'} \quad (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial p'}{\partial t} * \frac{\partial}{\partial p'} + \frac{\partial t'}{\partial t} * \frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t'} - c * \frac{\partial}{\partial p'} \quad (21)$$

Substitusikan kedua persamaan yang dihasilkan dalam persamaan (19), sehingga diperoleh

$$\frac{\partial \rho}{\partial t'} = 0 \quad (22)$$

Proporsi 1. Solusi umum dari persamaan differensial parsial dalam persamaan (19) dan (21), dinyatakan sebagai $\rho = g(p, t) = g(p - ct)$.

Bukti. Pertama, hitung

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{dg}{d(p - ct)} * \frac{\partial(p - ct)}{\partial p} = \frac{dg}{d(p - ct)} \quad (23)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{dg}{d(p - ct)} * \frac{\partial(p - ct)}{\partial t} = -c * \frac{dg}{d(p - ct)} \quad (24)$$

dan kemudian hitung kedua ekspresi di atas ke dalam persamaan (19):

$$-c * \frac{dg}{d(p - ct)} + c \frac{dg}{d(p - ct)} = 0 \quad (25)$$

Definisi Financial Bubble

Solusi yang diperoleh dari pemodelan di atas membantu kita untuk dapat mendefinisikan *financial bubble* secara umum.

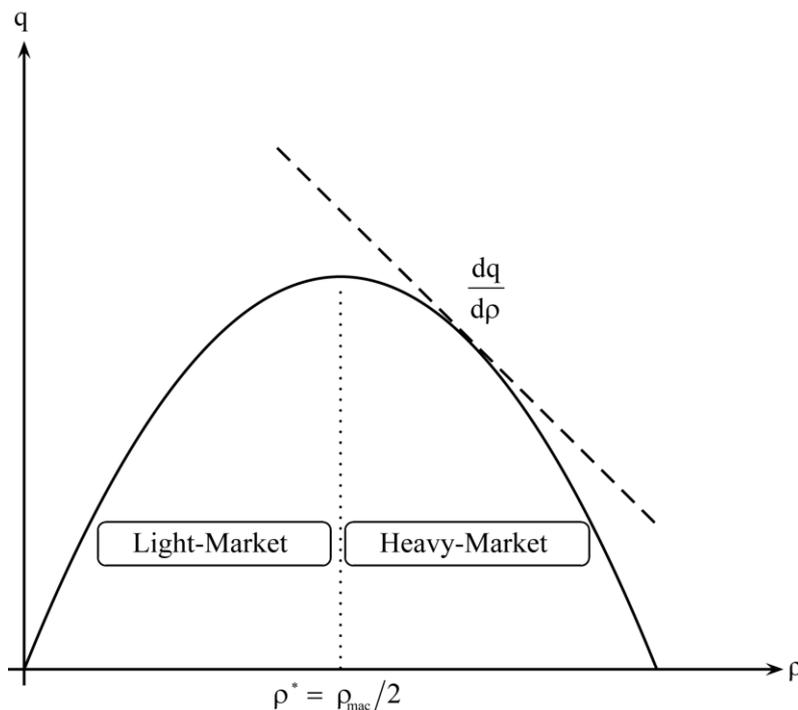
Definisi 4. Sebuah *bubble* didefinisikan sebagai sebuah keadaan ketika densitas perdagangan lebih besar dari $\rho_{max}/2$ atau sesuai dengan $c := \frac{dq}{d\rho} < 0$.

Proporsi 2. Keberadaan dari *bubble* memberi dampak *benefit-loss-field* yang berbeda-beda bergantung nilai spesifik BLR dari setiap aset.

Bukti. Disebabkan nilai $c < 0$. Kemiringan negatif dari BLF merupakan sebuah kondisi yang dibutuhkan. Dalam kasus ini semua perdagangan melakukan transaksi menjual (membeli) aset masing-masing yang dimiliki sehingga menurunkan resiko dari BLF terhadap individu. Meski begitu, peningkatan densitas perdagangan akan menciptakan perilaku kawanan dan pada akhirnya membentuk sebuah *financial bubble* dalam pasar secara keseluruhan.

Proporsi 3. Secara umum sebuah *bubble* didefinisikan sebagai limit atas dari $\frac{dq}{d\rho} \leq u(\rho)$.

Bukti. Jika $q = \rho * u(\rho)$ kemudian $\frac{dq}{d\rho} = \rho * \frac{du(\rho)}{d\rho} + u(\rho)$ maka pembatasan seperti yang diaktakan di atas terbukti benar.



Gambar 2. Ilustrasi definisi dari *bubble* terhadap densitas perdagangan dengan menggunakan metode grafik (kurva).

Proporsi yang dijelaskan mendemonstrasikan atau memaparkan jika sebuah *bubble* dapat dikarakteristikan sebagai permasalahan interaksi sosial. Oleh karena itu, sebuah *financial bubble* tidak hanya ditentukan oleh rasionalitas maupun irasionalitas dari individu seperti yang diasumsikan dalam pemodelan ekonomi. Sebaliknya, pembeli secara otomatis akan mengindikasikan densitas perdagangan yang lebih tinggi dan resiko yang lebih tinggi pula dari antusias publik. Akan tetapi dari sudut pandang individu kita dapat menerjemahkan dalam hal yang berbeda. Suatu densitas yang tinggi akan berdampak pada pergerakan harga yang kecil dan menurunkan resiko sekaligus meningkatkan keinginan untuk membeli (menjual) aset. Interaksi ini pada akhirnya akan menyebabkan ketidakseimbangan mekanisme yang memicu terjadinya *financial bubble*. Sudut pandangan yang baru ini sejalan dengan penemuan dalam bidang sosiologi dan psikologi pada teori sistem sosial, sekaligus menegaskan karakteristik pemodelan dari antardisiplin ilmu.

KESIMPULAN

Paper ini memberikan suatu ruang gerak untuk menjelaskan ciri-ciri utama dan perkembangan dari *financial bubble* dari sudut pandang ekonofisika. Dengan menggunakan pendekatan teoretik baru untuk memberikan suatu kontribusi dalam pendeteksian *financial bubble*, pemodelan ini menyebabkan kompleksitas dari fenomena yang terjadi dapat terlacak dengan baik tanpa menggunakan stokastik dan teori martingale. Secara umum, pendekatan yang digunakan memiliki beberapa keunggulan; pertama, pemodelan yang dilakukan merupakan pemodelan sederhana dan secara unik dapat mendeskripsikan *financial bubble*; kedua, model yang dihasilkan merupakan model secara umum – yang dapat menjelaskan asal mula dan perkembangan dari *bubble* yang terjadi; ketiga, pemodelan yang dihasilkan memberikan implikasi baru bagi studi empiris dalam bidang *financial bubble* ini. Terakhir dan yang terutama, pemodelan ini membuat kita mampu mempelajari efek dari pemberitaan dalam fenomena *financial bubble* untuk kali pertama.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih saya sampaikan kepada Bapak Acep Purqon selaku pengampu mata kuliah Ekonofisika dalam program studi Fisika, Institut Teknologi Bandung atas kesempatan dan dorongan yang diberikan sehingga ulasan paper dengan judul asli '*An Econophysics Model of Financial Bubbles*' ini dapat terlaksana. Terima kasih pula kepada rekan-rekan kelas Ekonofisika tahun akademik 2014/2015 atas dukungan moral serta saran yang diberikan selama proses pengerjaan parafrase paper ini. Serta kepada penulis dari paper ini, Bodo Herzog dari *Department of Economics, ESB Bussines School, Reutlingen, Germany* (Bodo.Herzog@Reutlingen-Universitiy.de).

REFERENSI

- Herzog, B. *An Econophysics Model of Financial Bubbles*. *Natural Science*, **7**, pp. 55-63. (2015) Tersedia di: <http://dx.doi.org/10.4236/ns.2015.71006> (diakses pada 31 Maret 2015)
- Protter, P. *A Mathematical Theory of Financial Bubbles*. *Paris-Princeton Lectures on Mathematical Finance*, **2081**, pp. 1-108. (2013)